

บทที่ 6

สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

หน่วยที่ 6.1 สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

สาระการเรียนรู้

1. สมการ
2. สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
3. การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
4. การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

แนวคิด

สมการ เป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่แสดงว่าสิ่งสองสิ่งเหมือนกันหรือสมมูลกันโดยค้นด้วยเครื่องหมายเท่ากับ สมการใช้สำหรับแสดงสถานะของการเท่ากันของนิพจน์สองนิพจน์ซึ่งนิพจน์อาจประกอบด้วยตัวแปรหนึ่งตัวหรือมากกว่าหนึ่งตัวก็ได้

สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เป็นสมการที่แต่ละเทอมมีค่าคงตัวหรือผลคูณของค่าคงตัวกับตัวแปรที่มีกำลังเป็นหนึ่งและมีตัวแปรหนึ่งตัวเท่านั้น

การแก้สมการเป็นการหาค่าของตัวแปร โดยใช้สมบัติการเท่ากันของจำนวนจริง

เรียกจำนวนใด ๆ ที่แทนตัวแปรในสมการแล้วทำให้สมการเป็นจริงว่าคำตอบของสมการ

จุดประสงค์การเรียนรู้

จุดประสงค์ทั่วไป

1. เพื่อให้ผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสมการและสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
2. เพื่อให้ผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจการแก้สมการและตรวจคำตอบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
3. เพื่อให้ผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจการใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับวิชาชีพและชีวิตประจำวัน
4. เพื่อให้ผู้เรียนประเมินผลความสามารถในการเรียนรู้ของตนเอง

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

ด้านพุทธิพิสัย

1. ผู้เรียนสามารถจำแนกสมการจากประโยคที่กำหนดให้ได้
2. ผู้เรียนสามารถจำแนกสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจากประโยคที่กำหนดให้ได้

ด้านทักษะพิสัย

3. ผู้เรียนสามารถแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้
4. ผู้เรียนสามารถตรวจคำตอบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้
5. ผู้เรียนสามารถใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวหาคำตอบโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับ

วิชาชีพและชีวิตประจำวันได้

ด้านจิตพิสัย

6. ผู้เรียนสามารถวิเคราะห์ผลการเรียนรู้ของตนเองถึงจุดเด่น จุดด้อย

และขอควรแก้ไขปรับปรุง

แบบทดสอบวัดความรู้ก่อนเรียน เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

คำอธิบาย แบบทดสอบแบบเลือกตอบจำนวน 15 ข้อ

คำสั่ง ให้ทำเครื่องหมาย **X** หน้าคำตอบที่ถูกที่สุดเพียงคำตอบเดียว

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรมข้อที่ 1 ผู้เรียนสามารถจำแนกสมการจากประโยคที่กำหนดให้ได้

1. ข้อต่อไปนี้เป็นข้อใดเป็นสมการ

ก. $x + 6 \geq 0$

ข. $x + 3 + 5x^2$

ค. $\frac{x+3}{2} = 8x + 1$

ง. $8x + 5 < 10$

2. ข้อต่อไปนี้เป็นข้อใดเป็นสมการ

ก. $x^2 + 5x + 56$

ข. $5x + y \geq 6 + 3y$

ค. $3(x + 4)^4 = 10$

ง. $9x + 10$

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรมข้อที่ 2 ผู้เรียนสามารถจำแนกสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจากประโยคที่กำหนดให้ได้

3. ข้อต่อไปนี้เป็นข้อใดเป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ก. $2x(x + 1) - 5 = 2$

ข. $x + 15 = 3x^2 - 3$

ค. $3x + 4 = 12x$

ง. $17 + x^2 + 2x = 0$

4. ข้อต่อไปนี้เป็นข้อใดเป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ก. $3x + 6 - x = 8x - 4$

ข. $x^2 - 5 = 0$

ค. $x^2 + 3x + 1 = 8$

ง. $x^2 + 6x - 4$

5. ข้อต่อไปนี้เป็นข้อใดเป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ก. $x^2 - 16 = 0$

ข. $x^2 + 4 - 2x = 8x - 4$

ค. $x^2 + 5y - 12 = y^2$

ง. $8x + 3x + 1 = 3x - 5$

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรมข้อที่ 3 ผู้เรียนสามารถแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้

6. กำหนดให้ $3x + 4 = 10$ ค่าของ x ตรงกับข้อใด

ก. 2

ข. 4

ค. 6

ง. 8

7. กำหนดให้ $\frac{x}{5} - 3 = 2$ ค่าของ x ตรงกับข้อใด

ก. 5

ข. 25

ค. -50

ง. 30

8. กำหนดให้ $2(x+3) = x+8$ ค่าของ x ตรงกับข้อใด

ก. 2 ข. 4

ค. 6 ง. 5

9. ให้ $2x-3 = 9-4x$ ค่าของ x ตรงกับข้อใด

ก. 2 ข. 3

ค. 4 ง. 6

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรมข้อที่ 4 ผู้เรียนสามารถตรวจคำตอบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้

10. ค่าของ $x = -3$ เป็นคำตอบของสมการข้อใด

ก. $3(x+1)-5 = 4x-2$ ข. $2x+5 = 3x-3$

ค. $3(x+2) = 12$ ง. $11 = 1+4x$

11. ค่าของ $x = 6$ เป็นคำตอบของสมการข้อใด

ก. $2(2x-3) = 5x-6$ ข. $13-8x = 5x+12$

ค. $3x-5 = 7x-7$ ง. $x+(x+3) = 15$

12. ค่าของ $x = 2$ เป็นคำตอบของสมการข้อใด

ก. $5x+2 = x+6$ ข. $5x-8 = 4$

ค. $3(4x-8) = 8$ ง. $3x-1 = 5$

13. ค่าของ $x = 0$ เป็นคำตอบของสมการข้อใด

ก. $2(2x-3) = 6-5x$ ข. $13-8x = 5x+13$

ค. $3x-5 = 7x+7$ ง. $x+(x+3) = 27$

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรมข้อที่ 5 ผู้เรียนสามารถใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวหาคำตอบ

โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับวิชาชีพและชีวิตประจำวันได้

14. ปัจจุบันแม่ของอารีมีอายุ 35 ปี เมื่อสามปีที่แล้วอายุของแม่ของอารีเป็นสี่เท่าของอายุของอารี ปัจจุบันอารีอายุกี่ปี

ก. 8 ปี ข. 10 ปี

ค. 11 ปี ง. 12 ปี

15. สี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีด้านยาวยาวกว่าด้านกว้าง 3 นิ้ว เส้นรอบรูปยาว 42 นิ้ว ด้านกว้างของสี่เหลี่ยมนี้ตรงกับข้อใด

ก. 9 นิ้ว ข. 10 นิ้ว

ค. 11 นิ้ว ง. 12 นิ้ว

สรุปผลการประเมินก่อนเรียน

เกณฑ์การประเมินแต่ละจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม ผ่าน ตอบถูกต้องตั้งแต่ 50% ขึ้นไป
 ไม่ผ่าน ตอบถูกต้องน้อยกว่า 50%

มีความสามารถผ่านจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

ข้อที่ 1 ข้อที่ 2 ข้อที่ 3 ข้อที่ 4 ข้อที่ 5

คะแนนเต็ม 15 คะแนน ได้คะแนนรวม คะแนน คิดเป็นร้อยละ $\frac{\quad}{15} \times 100 = \dots\dots\dots$

ลงชื่อผู้ประเมิน

(.....)

หน่วยที่ 6.1 สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

หัวข้อเรื่อง

1. สมการ
2. สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
3. การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
4. การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. ผู้เรียนสามารถจำแนกสมการจากประโยคที่กำหนดให้ได้
2. ผู้เรียนสามารถจำแนกสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจากประโยคที่กำหนดให้ได้
3. ผู้เรียนสามารถแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้
4. ผู้เรียนสามารถตรวจคำตอบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้
5. ผู้เรียนสามารถใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวหาคำตอบโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับวิชาชีพ

และชีวิตประจำวันได้

1. สมการ

สมการ (Equation) คือ ประโยคสัญลักษณ์ที่แสดงความสัมพันธ์ของจำนวนโดยใช้ตัวเลขหรือตัวอักษรแทนจำนวนและใช้เครื่องหมาย “=” แสดงความสัมพันธ์ เช่น

$$5 + 6 = 12 \quad \text{เป็นสมการ มีค่าความจริงเป็นเท็จ}$$

$$13 + 9 = 22 \quad \text{เป็นสมการ มีค่าความจริงเป็นจริง}$$

$$x + 6 = 18 \quad \text{เป็นสมการ มีตัวแปร (บอกไม่ได้ว่าจริงหรือเท็จ)}$$

ตัวแปร หมายถึง จำนวนที่ไม่ทราบค่าหรือเป็นจำนวนที่ต้องหาค่าที่อยู่ในสมการนิยมเขียนแทนตัวแปรด้วยสัญลักษณ์ x, y, z

ประโยคภาษา เป็นประโยคที่กล่าวถึงสิ่งใดสิ่งหนึ่ง ในเชิงบรรยายให้ทราบข้อเท็จจริงนั้น

ประโยคสัญลักษณ์ เป็นประโยคที่เขียนแทนประโยคภาษา เพื่อความสะดวกในการคิดคำนวณ ประโยคสัญลักษณ์จะมีตัวแปรหรือไม่ก็ได้

การแก้สมการ คือ กระบวนการในการหาคำตอบของสมการ เป็นการหาค่าของตัวแปรที่ทำให้สมการเป็นจริง

สมบัติของการเท่ากันของจำนวนจริง

การแก้สมการต้องใช้สมบัติการเท่ากันของจำนวนจริงต่อไปนี้

1. สมบัติสมมาตร (Symmetric property)

ให้ a และ b แทนจำนวนใด ๆ ถ้า $a = b$ แล้ว $b = a$

2. สมบัติถ่ายทอด (Transitive property)

ให้ a, b และ c แทนจำนวนใด ๆ ถ้า $a = b$ และ $b = c$ แล้ว $a = c$

3. สมบัติการบวก (Additive property)

ให้ a, b และ c แทนจำนวนใด ๆ ถ้า $a = b$ แล้ว $a + c = b + c$

4. สมบัติการคูณ (Multiplicative property)

ให้ a, b และ c แทนจำนวนใด ๆ ถ้า $a = b$ แล้ว $ac = bc$

5. สมบัติการแจกแจง (Distributive property)

ให้ a, b และ c แทนจำนวนใด ๆ ดังนั้น $a(b + c) = ab + ac$

สัมประสิทธิ์ของตัวแปร หมายถึง ค่าคงตัวที่คูณอยู่กับตัวแปร เช่น

$8x$ สัมประสิทธิ์ของ x คือ 8

$-4x^2$ สัมประสิทธิ์ของ x คือ -4

$\frac{3}{2}x + 1$ สัมประสิทธิ์ของ x คือ $\frac{3}{2}$

คำตอบของสมการ คือ จำนวนที่นำไปแทนค่าตัวแปรในสมการแล้วทำให้สมการเป็นจริง กล่าวได้ว่าจำนวนนั้นสอดคล้องกับสมการ เช่น

จากสมการ $x - 5 = 7$ ถ้านำ 12 ไปแทนค่า x ในสมการแล้วทำให้สมการเป็นจริง กล่าวได้ว่าจำนวนนั้นสอดคล้องกับสมการ เรียก 12 ว่าเป็นคำตอบของสมการ

คำตอบของสมการอาจมีค่าเดียว หลายค่า หรืออาจไม่มีจำนวนจริงใดที่ทำให้สมการเป็นจริง

การตรวจคำตอบของสมการ คือ การนำค่าของตัวแปรที่ได้จากการแก้สมการแทนค่าตัวแปรในสมการ ถ้าทำให้สมการทั้ง 2 ข้างเป็นจริง (ทั้งสองข้างของสมการเท่ากัน) ค่าที่ได้จากสมการนั้นเป็นคำตอบของสมการ เช่น

จากสมการ $4x - 2 = 10$ จะตรวจสอบว่า $x = 3$ เป็นคำตอบของสมการหรือไม่ ทำได้โดยแทนค่าของ $x = 3$ ในสมการ จะได้

$$4(3) - 2 = 10$$

$$12 - 2 = 10$$

$$10 = 10$$

สมการเป็นจริง (ซ้าย ขวา เท่ากัน)

ดังนั้น $x = 3$ เป็นคำตอบของสมการ $4x - 2 = 10$

ตัวอย่างที่ 6.1 จงพิจารณาประโยคที่กำหนดให้เป็นสมการหรือไม่

ข้อ	ประโยค	ผลการพิจารณา	
		เป็นสมการ	ไม่เป็นสมการ
1	$3x - 4 = 12 + 6$	✓	
2	$5(6x + 12) = x + 8$	✓	
3	$3x - 2y$		✓
4	$12 - 3(x + 4)$		✓

2. สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (Linear equation) คือ สมการที่มีตัวแปรเพียงตัวเดียวและเลขชี้กำลังของตัวแปรเป็นหนึ่ง เขียนอยู่ในรูป $ax + b = 0$ เมื่อ x เป็นตัวแปร a และ b เป็นค่าคงตัวโดยที่ $a \neq 0$ เช่น

$$5x - 7 = 5 \quad \text{เป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว}$$

$$2x - 6x = 8x + 4 \quad \text{เป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว}$$

$$3x^2 - 6 = 8 \quad \text{ไม่เป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว}$$

$$7x - 3y = 6x + 1 \quad \text{ไม่เป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว}$$

ตัวอย่างที่ 6.2 จงพิจารณาว่าสมการที่กำหนดให้ต่อไปนี้เป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวหรือไม่ และแสดงเหตุผล

ข้อ	สมการ	ผลการพิจารณา		เหตุผล
		เป็น	ไม่เป็น	
1	$x + 8 = 10$	✓		มีตัวแปร 1 ตัว และกำลังตัวแปรเป็น 1
2	$-4x + 3 = 5$	✓		มีตัวแปร 1 ตัว และกำลังตัวแปรเป็น 1
3	$4x^2 - 2 = 0$		✓	กำลังสูงสุดของตัวแปรมากกว่า 1
4	$3x + y = 0$		✓	มีตัวแปร 2 ตัว
5	$\frac{2+5x}{4} = \frac{7x}{3}$	✓		มีตัวแปร 1 ตัว และกำลังตัวแปรเป็น 1

สรุป จะพิจารณาว่าสมการที่กำหนดให้เป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวหรือไม่ พิจารณาจากสมการนั้นต้องมีตัวแปรตัวเดียวและกำลังสูงสุดของตัวแปรเป็นหนึ่ง

3. การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ กระบวนการในการหาคำตอบหรือหาค่าของตัวแปรที่ทำให้สมการเป็นจริง หลังจากหาค่าของตัวแปรได้แล้วให้นำค่าที่ได้แทนค่าตัวแปรในสมการ ถ้าทำให้สมการเป็นจริงค่าที่หาได้จึงจะเป็นคำตอบของสมการ

คำตอบของสมการ คือ ค่าของตัวแปรที่แทนค่าในสมการแล้วทำให้สมการเป็นจริง คำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจะมีคำตอบเพียงคำตอบเดียวเท่านั้นหรือไม่มีคำตอบเลย

หลักการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ดังนี้

1. การหาคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจะใช้สมบัติของการเท่ากันของระบบจำนวนจริง ได้แก่ สมบัติการสมมาตร สมบัติการถ่ายทอด สมบัติการบวก สมบัติการคูณ สมบัติการแจกแจง

2. สมการที่มีพจน์ของตัวแปรและค่าคงตัวหลายตัว ต้องจัดสมการให้พจน์ที่มีตัวแปรอยู่ด้านเดียวกันด้านใดด้านหนึ่งของเครื่องหมายเท่ากับ (นิยมให้อยู่ด้านซ้ายของสมการ) และจัดค่าคงตัวอยู่รวมกันอีกด้านหนึ่งแล้วจึงดำเนินการแก้สมการต่อไป

3. สมการที่มีเครื่องหมายวงเล็บให้ดำเนินการกระจายวงเล็บก่อน

4. การแก้สมการถ้าอยู่ในรูปเศษส่วนและตัวแปรเป็นส่วนให้ดำเนินการคูณไขว้

5. รวมพจน์เหมือนกันเข้าด้วยกันแล้วใช้สมบัติการเท่ากันหาค่าของตัวแปร

สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยทั่วไปจะมีคำตอบเพียงคำตอบเดียว เช่น

$$x + 6 = 0 \quad \text{มี } -6 \text{ เป็นคำตอบของสมการ}$$

$$20 - 5y = 0 \quad \text{มี } 4 \text{ เป็นคำตอบของสมการ}$$

แต่บางสมการอาจไม่มีคำตอบก็ได้ เช่น

$$4x + 1 = 4x - 2 \quad \text{ไม่สามารถหาจำนวนจริงที่ทำให้สมการเป็นจริงได้}$$

ตัวอย่างที่ 6.3 จงหาค่าของ x จากสมการ $6(2x - 3) = 2 + 7x$ พร้อมตรวจคำตอบ

วิธีทำ	$6(2x - 3)$	$= 2 + 7x$	
	$12x - 18$	$= 2 + 7x$	
	$12x - 7x$	$= 2 + 18$	จัดพจน์ที่มีตัวแปรอยู่ด้านเดียวกัน
	$5x$	$= 20$	
	$\frac{5x}{5}$	$= \frac{20}{5}$	นำ 5หารสมการทั้งสองข้าง
	x	$= 4$	

ตรวจคำตอบ แทนค่า $x = 4$ ในสมการ $6(2x-3) = 2+7x$

$$\begin{aligned} 6(2(4)-3) &= 2+7(4) \\ 6(8-3) &= 2+28 \\ 6 \times 5 &= 30 \\ 30 &= 30 \end{aligned} \quad \text{สมการเป็นจริง}$$

ดังนั้น $x = 4$ เป็นคำตอบของสมการ

ตัวอย่างที่ 6.4 จงหาค่าของ x จากสมการ $\frac{18-x}{x} = -4$ พร้อมตรวจคำตอบ

วิธีทำ $\frac{18-x}{x} = -4$

$$\begin{aligned} x\left(\frac{18-x}{x}\right) &= -4x && \text{นำ } x \text{ คูณสมการทั้งสองข้าง} \\ 18-x &= -4x \\ -x+4x &= -18 && \text{จัดพจน์ที่มีตัวแปรอยู่ด้านเดียวกัน} \\ 3x &= -18 \\ \frac{3x}{3} &= \frac{-18}{3} && \text{นำ } 3 \text{ หารสมการทั้งสองข้าง} \\ x &= -6 \end{aligned}$$

ตรวจคำตอบ แทนค่า $x = -6$ ในสมการ $\frac{18-x}{x} = -4$

$$\begin{aligned} \frac{18-(-6)}{-6} &= -4 \\ \frac{18+6}{-6} &= -4 \\ \frac{24}{-6} &= -4 \\ -4 &= -4 \end{aligned} \quad \text{สมการเป็นจริง}$$

ดังนั้น $x = -6$ เป็นคำตอบของสมการ

ตัวอย่างที่ 6.5 จงหาค่าของ x จากสมการ $\frac{x-1}{2} + \frac{x-2}{3} = \frac{4-x}{4}$ พร้อมตรวจคำตอบ

วิธีทำ $\frac{x-1}{2} + \frac{x-2}{3} = \frac{4-x}{4}$

นำ ค.ร.น. ของ 2, 3, 4 คือ 12 คูณตลอด (เพื่อให้สมการไม่อยู่ในรูปเศษส่วน)

$$12\left(\frac{x-1}{2} + \frac{x-2}{3}\right) = 12\left(\frac{4-x}{4}\right)$$

$$12\left(\frac{x-1}{2}\right) + 12\left(\frac{x-2}{3}\right) = 12\left(\frac{4-x}{4}\right)$$

$$6(x-1) + 4(x-2) = 3(4-x)$$

$$6x - 6 + 4x - 8 = 12 - 3x$$

$$10x - 14 = 12 - 3x$$

$$10x + 3x = 12 + 14$$

$$13x = 26$$

$$\frac{13x}{13} = \frac{26}{13}$$

$$x = 2$$

จัดพจน์ที่มีตัวแปรอยู่ด้านเดียวกัน

นำ 13 หารสมการทั้งสองข้าง

ตรวจคำตอบ แทนค่า $x = 2$ ในสมการ $\frac{x-1}{2} + \frac{x-2}{3} = \frac{4-x}{4}$

$$\frac{2-1}{2} + \frac{2-2}{3} = \frac{4-2}{4}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{0}{3} = \frac{2}{4}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

สมการเป็นจริง

ดังนั้น $x = 2$ เป็นคำตอบของสมการ

ตัวอย่างที่ 6.6 จงหาค่าของ x จากสมการ $\frac{x-2}{2} = \frac{2x+4}{5}$ พร้อมตรวจคำตอบ

วิธีทำ จากสมการ $\frac{x-2}{2} = \frac{2x+4}{5}$

คูณไขว้ (เพื่อให้สมการไม่อยู่ในรูปเศษส่วน)

$$จะได้ \quad 5(x-2) = 2(2x+4)$$

เปิดวงเล็บ

$$5x - 10 = 4x + 8$$

$$5x - 4x = 8 + 10$$

$$x = 18$$

จัดพจน์ที่มีตัวแปรอยู่ด้านเดียวกัน

ตรวจคำตอบ แทนค่า $x = 18$ ในสมการ $\frac{x-2}{2} = \frac{2x+4}{5}$

$$\frac{18-2}{2} = \frac{2(18)+4}{5}$$

$$\frac{16}{2} = \frac{36+4}{5}$$

$$8 = 8$$

สมการเป็นจริง

ดังนั้น $x = 18$ เป็นคำตอบของสมการ

ตัวอย่างที่ 6.7 จงหาค่าของ x จากสมการ $\frac{2x}{x-1} - 2 = \frac{11-3x}{x-1}$ พร้อมตรวจคำตอบ

วิธีทำ $\frac{2x}{x-1} - 2 = \frac{11-3x}{x-1}$

นำ $x-1$ คูณทั้งสองข้าง (เพื่อให้สมการไม่อยู่ในรูปเศษส่วน)

$$(x-1)\left(\frac{2x}{x-1} - 2\right) = (x-1)\left(\frac{11-3x}{x-1}\right)$$

$$(x-1)\left(\frac{2x}{x-1}\right) - 2(x-1) = 11-3x$$

$$2x - 2(x-1) = 11-3x$$

เปิดวงเล็บ

$$2x - 2x + 2 = 11 - 3x$$

$$2 = 11 - 3x$$

$$3x = 11 - 2$$

ย้ายพจน์ที่มีตัวแปรไว้ซ้ายมือ

$$3x = 9$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{9}{3}$$

นำ 3หารสมการทั้งสองข้าง

$$x = 3$$

ตรวจคำตอบ แทนค่า $x=3$ ลงในสมการ $\frac{2x}{x-1} - 2 = \frac{11-3x}{x-1}$

$$\frac{2(3)}{3-1} - 2 = \frac{11-3(3)}{3-1}$$

$$\frac{6}{2} - 2 = \frac{11-9}{2}$$

$$3 - 2 = \frac{2}{2}$$

$$1 = 1$$

สมการซ้ายขวาเท่ากันจริง

ดังนั้น $x=3$ เป็นคำตอบของสมการ

ข้อสังเกต การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

1. คำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจะมีเพียงคำตอบเดียวหรืออาจไม่มีคำตอบก็ได้
2. หากตัวคงที่เป็นเศษส่วนหรือทศนิยม ควรทำให้เป็นจำนวนเต็มเสียก่อน
3. ย้ายพจน์ที่เป็นตัวแปรไว้ข้างซ้ายของเครื่องหมายเท่ากับและตัวคงที่ไว้ข้างขวา

4. การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

การแก้โจทย์ปัญหาโดยการใช้ความรู้เกี่ยวกับสมการใช้แก้โจทย์ปัญหาคำเนินการ ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นวิเคราะห์โจทย์ อ่านโจทย์ ทำความเข้าใจโจทย์ว่าโจทย์ถามอะไร

โจทย์ให้ข้อมูลอะไรบ้าง (โจทย์บอกอะไร)

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหาก็เขียนสิ่งที่โจทย์บอกและโจทย์ถามเขียนสาระสำคัญของสมมุติสิ่งที่โจทย์ถามหรือสิ่งที่โจทย์ต้องการหาด้วยตัวแปร x หรือ y และสร้างความสัมพันธ์ของโจทย์ปัญหาในรูปสมการ

ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหาก็ใช้ความรู้เรื่องสมการ

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผล

ตัวอย่างที่ 6.8 ต้องการแบ่งปากกาให้กับนักเรียน 5 คน แต่เหลือเศษแบ่งไม่เท่ากันจึงซื้อเพิ่มอีก 10 ด้าม เมื่อแบ่งแล้วได้คนละ 4 ด้ามพอดี เดิมมีปากกาที่ด้าม

วิธีทำ

โจทย์กำหนด ต้องการแบ่งปากกาให้กับนักเรียน 5 คน

ซื้อปากกาเพิ่มอีก 10 ด้าม

กำหนดให้ เดิมมีปากกา y ด้าม

ดังนั้น มีปากกาทั้งหมด $y + 10$ ด้าม

แบ่งปากกา $y + 10$ ด้าม ให้นักเรียน 5 คน ได้คนละ 4 ด้าม

เขียนเป็นสมการได้

$$\frac{y + 10}{5} = 4$$

$$5\left(\frac{y + 10}{5}\right) = 4 \times 5 \quad \text{นำ 5 คูณสมการทั้งสองข้าง}$$

$$y + 10 = 4 \times 5$$

$$y + 10 = 20$$

$$y = 20 - 10$$

$$y = 10$$

ดังนั้น เดิมมีปากกา 10 ด้าม

ตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผล

เดิมมีปากกา 10 ด้าม ซื้อเพิ่มอีก 10 ด้าม รวมมีปากกา 20 ด้าม ต้องการแบ่งปากกาให้กับ

นักเรียน 5 คน จะได้ปากกาคนละ $\frac{20}{5} = 4$ ด้าม เป็นไปตามที่โจทย์กำหนด

ดังนั้น เดิมมีปากกา 10 ด้าม เป็นคำตอบที่ถูกต้อง

ตัวอย่างที่ 6.9 ปัจจุบันบิดามีอายุเป็น 3 เท่าของอายุบุตร อีก 12 ปีข้างหน้าบิดาจะมีอายุเป็น 2 เท่าของอายุบุตร อยากทราบว่าปัจจุบันบิดาและบุตรมีอายุรวมกันกี่ปี

วิธีทำ

โจทย์กำหนด ปัจจุบันบิดามีอายุเป็น 3 เท่าของอายุบุตร

อีก 12 ปีข้างหน้าบิดาจะมีอายุเป็น 2 เท่าของอายุบุตร

กำหนดให้ ปัจจุบันบุตรมีอายุ x ปี

ดังนั้น ปัจจุบันบิดามีอายุ $3x$ ปี

และ อีก 12 ปีข้างหน้าบิดาจะมีอายุ $3x + 12$ ปี

อีก 12 ปีข้างหน้าบุตรจะมีอายุ $x + 12$ ปี

จากโจทย์กำหนด อีก 12 ปีข้างหน้าบิดาจะมีอายุเป็น 2 เท่าของบุตร เขียนเป็นสมการได้

$$3x + 12 = 2(x + 12)$$

$$3x + 12 = 2x + 24$$

$$3x - 2x = 24 - 12$$

$$x = 12$$

จัดพจน์ที่มีตัวแปรอยู่ด้านเดียวกัน

ดังนั้น ปัจจุบัน บุตรมีอายุ 12 ปี

ปัจจุบันบิดามีอายุเป็น 3 เท่าของอายุบุตร

นั่นคือ ปัจจุบันบิดามีอายุ $3 \times 12 = 36$ ปี

ปัจจุบันบิดาและบุตรมีอายุรวมกันได้ $36 + 12 = 48$ ปี

ตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผล

ปัจจุบัน บุตรมีอายุ 12 ปี

บิดามีอายุ 36 ปี

ซึ่งปัจจุบันบิดามีอายุเป็น 3 เท่าของอายุบุตร ตามโจทย์กำหนด

อีก 12 ปีข้างหน้าบิดาจะมีอายุ $36 + 12 = 48$ ปี และบุตรจะมีอายุ $12 + 12 = 24$ ปี

ซึ่งบิดาจะมีอายุเป็น 2 เท่าของอายุบุตร ตามโจทย์กำหนด

อายุของบิดารวมกับอายุของบุตรได้ $36 + 12 = 48$ ปี

ดังนั้นปัจจุบัน บิดาและบุตรมีอายุรวมกันได้ $36 + 12 = 48$ ปี เป็นคำตอบที่ถูกต้อง

แบบฝึกหัดเสริมทักษะตามระดับความสามารถ หน่วยที่ 6.1

เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

คำชี้แจง แบบฝึกหัดเสริมทักษะตามระดับความสามารถนี้ แบ่งระดับการเรียนรู้ออกเป็น 5 ระดับ ให้ผู้เรียนทำตามระดับความสามารถ โดยมีเงื่อนไขการเรียนรู้แต่ละระดับดังนี้

ระดับความสามารถของผู้เรียน

ระดับที่ 5	ผู้เรียนสามารถใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว หาคำตอบจากโจทย์ปัญหา
ระดับที่ 4	ผู้เรียนสามารถตรวจคำตอบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้
ระดับที่ 3	ผู้เรียนสามารถแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้
ระดับที่ 2	ผู้เรียนสามารถจำแนกสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจากประโยคที่กำหนดให้ได้
ระดับที่ 1	ผู้เรียนสามารถจำแนกสมการจากประโยคที่กำหนดให้ได้

คุณภาพที่ต้องการ ผู้เรียนสามารถตอบคำถามได้มากกว่า 50% ของคำถามในแต่ละระดับ

เกณฑ์การประเมิน ผ่าน ตอบถูกต้องตั้งแต่ 50% ขึ้นไป

ไม่ผ่าน ตอบถูกต้องน้อยกว่า 50%

ความสามารถระดับที่ 1 ผู้เรียนสามารถจำแนกสมการจากประโยคที่กำหนดให้ได้

คำสั่ง จงพิจารณาประโยคที่กำหนดให้ต่อไปนี้เป็นสมการหรือไม่

ข้อ	ประโยค	ผลการพิจารณา	
		เป็นสมการ	ไม่เป็นสมการ
1	$4x(x + 5) + 12$		
2	$9x - 3x + 6y - 6$		
3	$6(4x - 7) - 3x = x - 9$		
4	$x^2 + 6x - 8 = 0$		
<p>ประเมินผลความสามารถระดับที่ 1 คะแนนเต็ม 4 คะแนน ตอบถูก คะแนน</p> <p>ผลการประเมิน <input type="checkbox"/> ผ่าน ได้คะแนนตั้งแต่ 2 คะแนนขึ้นไป</p> <p><input type="checkbox"/> ไม่ผ่าน ได้คะแนนน้อยกว่า 2 คะแนน</p>			

ความสามารถระดับที่ 2 ผู้เรียนสามารถจำแนกสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจากสมการที่กำหนดให้ได้
คำสั่ง จงพิจารณาว่าสมการที่กำหนดให้ต่อไปนี้เป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวหรือไม่

ข้อ	สมการที่กำหนดให้	ผลการพิจารณา	
		เป็น	ไม่เป็น
5	$x(x + 5) = 0$		
6	$4(x - 6) - 3 = x - 8$		
7	$x^2 + 3x - 4 = 0$		
8	$\frac{x^2 + 2}{x} = 5$		

ประเมินผลความสามารถระดับที่ 2 คะแนนเต็ม 4 คะแนน ตอบถูก คะแนน
ผลการประเมิน ผ่าน ได้คะแนนตั้งแต่ 2 คะแนนขึ้นไป
 ไม่ผ่าน ได้คะแนนน้อยกว่า 2 คะแนน

ความสามารถระดับที่ 3 ผู้เรียนสามารถแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้

ความสามารถระดับที่ 4 ผู้เรียนสามารถตรวจคำตอบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้

คำสั่ง จงแก้สมการและตรวจคำตอบของสมการที่กำหนดให้ต่อไปนี้เป็น

ข้อ	สมการที่กำหนดให้	หาค่าตัวแปรในสมการ	ตรวจคำตอบ
9	$4y - 7 = 5$
10	$\frac{x + 2}{5} = x + 6$

ข้อ	สมการที่กำหนดให้	หาค่าตัวแปรในสมการ	ตรวจคำตอบ
11	$2x + 4(x - 5) = 2(10 - x)$
12	$\frac{x + 12}{5} = \frac{3x + 3}{2}$
<p>ประเมินผลความสามารถระดับที่ 3 คะแนนเต็ม 4 คะแนน ตอบถูก คะแนน ผลการประเมิน <input type="checkbox"/> ผ่าน ได้คะแนนตั้งแต่ 2 คะแนนขึ้นไป <input type="checkbox"/> ไม่ผ่าน ได้คะแนนน้อยกว่า 2 คะแนน</p>			
<p>ประเมินผลความสามารถระดับที่ 4 คะแนนเต็ม 4 คะแนน ตอบถูก คะแนน ผลการประเมิน <input type="checkbox"/> ผ่าน ได้คะแนนตั้งแต่ 2 คะแนนขึ้นไป <input type="checkbox"/> ไม่ผ่าน ได้คะแนนน้อยกว่า 2 คะแนน</p>			

ความสามารถระดับที่ 5 ผู้เรียนสามารถใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวหาคำตอบจากโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับวิชาชีพและชีวิตประจำวันได้

คำสั่ง จงตอบคำถามของโจทย์โดยใช้ความรู้เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ข้อ	โจทย์ปัญหา	แสดงวิธีหาคำตอบ
13	สองเท่าของเลขจำนวนหนึ่งบวกกับสิบ มีค่าเท่ากับยี่สิบเจ็ด จงหาเลขจำนวนนั้น

ข้อ	โจทย์ปัญหา	แสดงวิธีหาคำตอบ
14	วรรณามีอายุเป็น $\frac{4}{7}$ เท่าของอายุของอุษา ถ้าวรรณามีอายุ 28 ปี อุษามีอายุกี่ปี
15	ปัจจุบันแม่ของอารีอายุ 35 ปี เมื่อสามปีที่แล้วแม่ของอารีมีอายุเป็นสี่เท่าของอายุของอารี จงหาว่าปัจจุบันอารีมีอายุกี่ปี
16	อังคณา สอบวิชาคณิตศาสตร์สองครั้ง ครั้งที่หนึ่ง ได้คะแนน 75 คะแนน เขาจะต้องสอบครั้งที่สองให้ได้คะแนนเท่าใด จึงจะได้คะแนนเฉลี่ยเป็น 80 คะแนน ถ้าแต่ละครั้งมีคะแนนเต็ม 100 คะแนน
ประเมินผลความสามารถระดับที่ 4 คะแนนเต็ม 4 คะแนน ตอบถูก คะแนน ผลการประเมิน <input type="checkbox"/> ผ่าน ได้คะแนนตั้งแต่ 2 คะแนนขึ้นไป <input type="checkbox"/> ไม่ผ่าน ได้คะแนนน้อยกว่า 2 คะแนน		

วิเคราะห์การประเมินผลการเรียนด้านความรู้และทักษะ หน่วยที่ 6.1

เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

คะแนนจากการทำแบบฝึกหัดเสริมทักษะตามระดับความสามารถ

ความสามารถ ระดับที่	คะแนน เต็ม	คะแนนที่ได้	ผลการประเมิน		ผลการพัฒนาระดับความสามารถ ที่มีผลการประเมินไม่ผ่าน		
			ผ่าน	ไม่ผ่าน	คะแนนที่ได้	ผ่าน	ไม่ผ่าน
1	4						
2	4						
3	4						
4	4						
5	4						
รวมคะแนน	20						
รวมคะแนน (หลังพัฒนา) คิดเป็นร้อยละ $\frac{\quad}{20} \times 100 = \dots\dots$							

ผลการประเมิน

- ระดับคุณภาพ ดีมาก (ร้อยละ 80 ขึ้นไป) ดี (ร้อยละ 70 – 79)
- ปานกลาง (ร้อยละ 60 – 69) พอใช้ (ร้อยละ 50 – 59)
- ปรับปรุง (ต่ำกว่าร้อยละ 50)

ประเมินโดย ตนเอง เพื่อน ครู

ลงชื่อผู้ประเมิน วันที่ เดือน พ.ศ.....

บันทึกของผู้เรียน ฟังพอใจในผลการเรียน ไม่ฟังพอใจในผลการเรียน

พบว่าตนเองบกพร่องในเรื่อง.....

พัฒนาโดย

บันทึกหลังพัฒนา

ผู้มีส่วนช่วยพัฒนา เพื่อน ผู้ปกครอง ครู อื่นๆ ระบุ....

ความเห็นของครูผู้สอน

ลงชื่อครูผู้สอน วันที่ เดือน พ.ศ.....

กิจกรรมส่งเสริมการเรียนรู้ที่ 11

เรื่อง แก้โจทย์ปัญหาภาษาอังกฤษ

จุดประสงค์การเรียนรู้

เพื่อให้ผู้เรียนมีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์สาขาอื่นๆ

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

ผู้เรียนสามารถตอบคำถามและแก้โจทย์ปัญหาภาษาอังกฤษได้

คำสั่ง For each problem define a variable. Then use an equation to solve the problem.

1. If $3x = 15$, then $9x = ?$
2. If $10x = 46$, then $5x = ?$
3. If $4x + 1 = 9$, then $2x + 1 = ?$
4. Some number added to 16 equal to 39. What is the number ?
5. What number decreased by 4 is 80 ?

เกณฑ์การวัดและประเมินผล

1. ตอบถูกต้อง และแสดงวิธีหาคำตอบ ได้คะแนนข้อละ 2 คะแนน
2. ตอบถูกต้อง ไม่แสดงวิธีหาคำตอบ ได้คะแนนข้อละ 1 คะแนน

บันทึกการปฏิบัติกิจกรรมส่งเสริมการเรียนรู้ที่ 11
เรื่อง บูรณาการภาษาอังกฤษกับคณิตศาสตร์

ชื่อผู้เรียน เลขที่ ระดับชั้น

ตอบคำถามโจทย์ดังนี้

ข้อ	โจทย์	คำตอบ
1	If $3x = 15$, then $9x = ?$
2	If $10x = 46$, then $5x = ?$
3	If $4x + 1 = 9$, then $2x + 1 = ?$
4	Some number added to 16 equal to 39. What is the number ?
5	What number decreased by 4 is 80 ?

ผลการประเมิน

คะแนนเต็ม 10 คะแนน ตอบถูก ข้อ ได้รับคะแนน คะแนน

ลงชื่อ ผู้ประเมิน

(.....)

แบบทดสอบวัดความรู้หลังเรียน เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

คำอธิบาย แบบทดสอบแบบเลือกตอบจำนวน 15 ข้อ

คำสั่ง ให้ทำเครื่องหมาย **X** หน้าคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรมข้อที่ 1 ผู้เรียนสามารถจำแนกสมการจากประโยคที่กำหนดให้ได้

1. ข้อต่อไปนี้เป็นข้อใดเป็นสมการ

ก. $x + 6 \geq 2x - 5$

ข. $x + 3 + 5x^2$

ค. $\frac{x+3}{2} - x = 8x + 1$

ง. $8x + 5 < 10$

2. ข้อต่อไปนี้เป็นข้อใดเป็นสมการ

ก. $x^2 + 5x + 60$

ข. $5x + y \geq 6 + 3y$

ค. $5(x + 1)^4 = 8$

ง. $5x + 1$

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรมข้อที่ 2 ผู้เรียนสามารถจำแนกสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจากประโยคที่กำหนดให้ได้

3. ข้อต่อไปนี้เป็นข้อใดเป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ก. $x^2 + 12x - 5$

ข. $5x^2 + 5 = x^2 - 3x$

ค. $x + 12x = 2x - 15$

ง. $17 + x^2 = 1 + 2y$

4. ข้อต่อไปนี้เป็นข้อใดเป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ก. $x + 3 = 6$

ข. $x - y = 0$

ค. $2x + 6y = 0$

ง. $4x^2 + 3x - 1 = 0$

5. ข้อต่อไปนี้เป็นข้อใดเป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ก. $x^2 - 20 = 0$

ข. $x^2 - 4 - 6x = 8x$

ค. $3x^2 - 5y - 2 = 2y^2$

ง. $x + 8x + 2 = 9x - x$

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรมข้อที่ 3 ผู้เรียนสามารถแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้

6. กำหนดให้ $5x + 2(x - 2) = 10$ ค่าของ x ตรงกับข้อใด

ก. 2

ข. 3

ค. 4

ง. 6

7. กำหนดให้ $3x + 3 = x - 1$ ค่าของ x ตรงกับข้อใด

ก. 1

ข. 2

ค. -2

ง. 4

สรุปผลการประเมินก่อนเรียน

เกณฑ์การประเมินแต่ละจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม ผ่าน ตอบถูกต้องตั้งแต่ 50% ขึ้นไป
ไม่ผ่าน ตอบถูกต้องน้อยกว่า 50%

มีความสามารถผ่านจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

ข้อที่ 1 ข้อที่ 2 ข้อที่ 3 ข้อที่ 4 ข้อที่ 5

คะแนนเต็ม 15 คะแนน ได้คะแนนรวม คะแนน คิดเป็นร้อยละ $\frac{\quad}{15} \times 100 = \dots\dots\dots$

ลงชื่อผู้ประเมิน

(.....)

